БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Факультет КСиС

Специальность ПОИТ

Лабораторная работа №3

по дисциплине «Методы оптимизации»

на тему «Приложения линейного программирования»

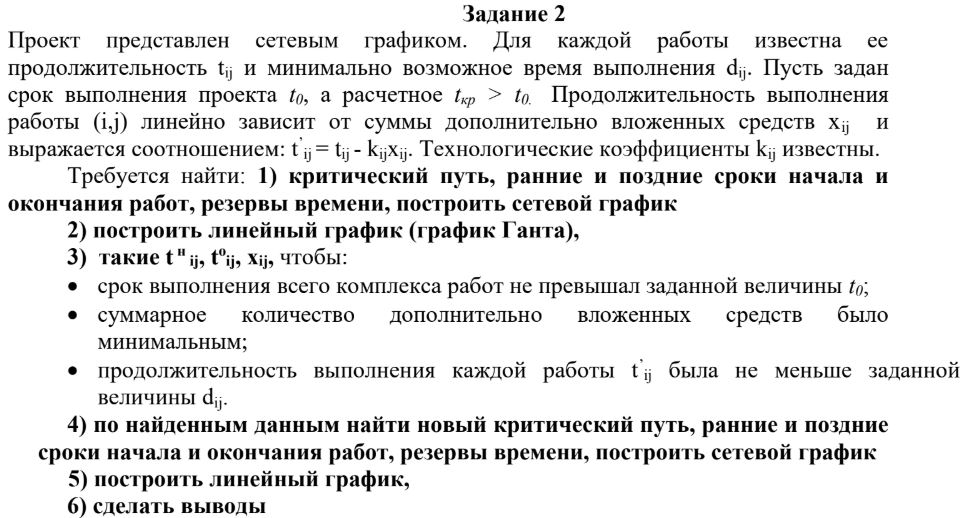
Выполнил студент: Русинович А.А.

группа 851006

Проверил: Филатченкова О. А.

Минск 2020

# **Формулировка задачи (Вариант 25)**



# **Практическая часть. Задание 1**

1. В качестве статистика (игрок А) выступает администрация предприятия, которая может заказать 10, 12, 14 и 16 единиц сырья (стратегии . Второй играющей стороной – природой – будем считать совокупность объективных внешних условий. Если для выпуска запланированного объема продукции сырья S окажется достаточно в размере 10 единиц это будет означать состояние природы ; если в размере 12 единиц – состояние ; в размере 14 единиц – состояние ; в размере 16 единиц – состояние .
2. Составляем платёжную матрицу. Администрация предприятия принимает решение создать запас сырья в 10 единиц, что и соответствует их расходованию в 10 единиц, . Элемент рассчитываем так. Запас сырья создан в 10 единиц, а для выпуска запланированного объема продукции требуется 12 единиц. Мы его пополняем, что потребует затрат в размере единиц, т.к. на дополнительные затраты на пополнение продукции будет затрачено 3 единицы, т.е. . Элемент вычисляется как: запас сырья создан в 12 единиц, а для выпуска запланированного объема продукции требуется 10 единиц. Запас сырья превышает потребности, тогда дополнительные затраты на содержание и хранение остатка составят ден. ед., т.е. . Аналогично определяются и другие элементы таблицы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | А1 | А2 | А3 | А4 |
| П1 | 0 | -6 | -12 | -18 |
| П2 | -12 | 0 | -6 | -12 |
| П3 | -24 | -12 | 0 | -6 |
| П4 | -36 | -24 | -12 | 0 |

1. Критерий Байеса

По критерию Байеса за оптимальные принимается та стратегия (чистая) , при которой максимизируется средний выигрыш или минимизируется средний риск.

Считаем значения

Выбираем из максимальный элемент

Вывод: выбираем вторую стратегию.

1. Критерий Лапласа

Считаем значения

Выбираем из максимальный элемент

Вывод: выбираем вторую стратегию.

1. Критерий Вальда

По критерию Вальда за оптимальную принимается чистая стратегия, которая в наихудших условиях гарантирует максимальный выигрыш, т.е. . Критерий Вальда ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

Выбираем из максимальный элемент

Вывод: выбираем вторую стратегию.

1. Критерий Сэвиджа

Критерий минимального риска Сэвиджа рекомендует выбирать в качестве оптимальной стратегии ту, при которой величина максимального риска минимизируется в наихудших условиях, т.е. обеспечивается: . Находим матрицу рисков.

**Риск** – мера несоответствия между разными возможными результатами принятия определенных стратегий. Максимальный выигрыш в j-м столбце характеризует благоприятность состояния природы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | А1 | А2 | А3 | А4 |
| П1 | 0 | 6 | 12 | 18 |
| П2 | 12 | 0 | 6 | 12 |
| П3 | 24 | 12 | 0 | 6 |
| П4 | 36 | 24 | 12 | 0 |

Выбираем из минимальный элемент

Вывод: выбираем вторую стратегию.

1. Критерий Гурвица ()

Критерий Гурвица является критерием пессимизма - оптимизма. За оптимальную принимается та стратегия, для которой выполняется соотношение: где. При получим критерий Вальде, при – оптимистический критерий.

Выбираем из максимальный

Вывод: выбираем вторую стратегию.

1. Решить в смешанных стратегиях

Так как в данной игре , то игру следует решать в смешанных стратегиях. Так как цены игр меньше нуля, то прибавляем ко всем элементам платёжной матрицы некоторую константу. Пусть . Тогда:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | А1 | А2 | А3 | А4 |  |
| П1 | 40 | 34 | 28 | 22 | 22 |
| П2 | 28 | 40 | 34 | 28 | 28 |
| П3 | 16 | 28 | 40 | 34 | 16 |
| П4 | 4 | 16 | 28 | 40 | 4 |
|  | 40 | 40 | 40 | 40 |  |

Математическая задача для игрока

Математическая задача для игрока

Оптимальный план:

Цена игры:

*–* значит цена игры, лежащая в промежутке .

При этом стратегия, оптимальная для игрока, определяется как:

# **3. Практическая часть. Задание 2**

1. Ранним сроком свершения события i называется самый ранний момент времени, к которому завершаются все предшествующие этому событию работы. Поздним сроком свершения события i является самый поздний момент, после которого остается ровно столько времени, сколько необходимо для завершения всех работ, следующих за этим событием, без превышения критического времени. – резерв времени события.

Длина критического пути равна раннему сроку свершения завершающего события 6: .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| События |  |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 6 | 19 | 13 |
| 3 | 15 | 16 | 1 |
| 4 | 26 | 26 | 0 |
| 5 | 38 | 38 | 0 |
| 6 | 55 | 55 | 0 |

Ранний срок начала работы равен раннему сроку свершения события. Ранний срок окончания работы равен сумме раннего срока свершения начального события работы и ее продолжительности. Поздний срок окончания работы совпадает с поздним сроком свершения ее конечного события. Поздний срок начала работы равен разности между поздним сроком свершения ее конечного события и продолжительностью.

*– полный резерв времени работы*

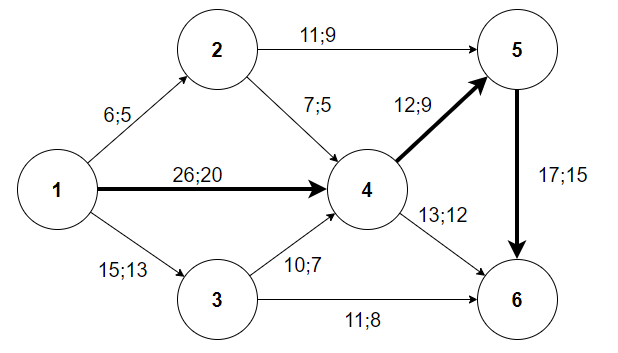
*– независимый резерв времени работы*

*– частный резерв времени работы первого вида*

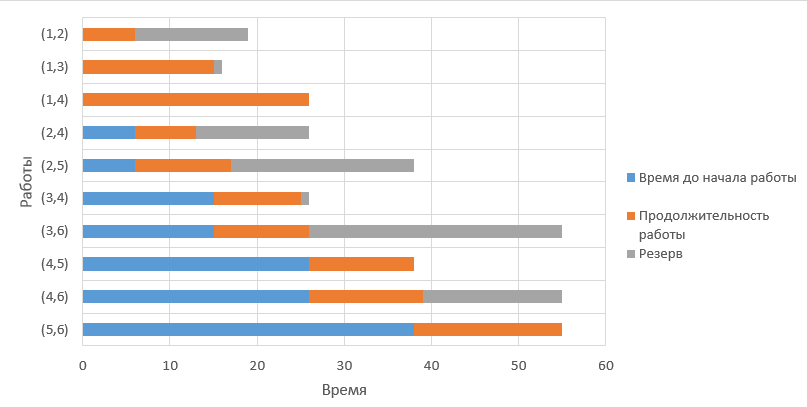
*– частный резерв времени работы второго вида*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Работы | Продолжи-тельность работы | Ранние начало | Ранние конец | Поздние начало | Поздние конец |  |  |  |  |
| (1,2) | 6 | 0 | 6 | 19 | 13 | 13 | 0 | 13 | 0 |
| (1,3) | 15 | 0 | 15 | 16 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| (1,4) | 26 | 0 | 26 | 26 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (2,4) | 7 | 6 | 13 | 26 | 19 | 13 | 0 | 0 | 13 |
| (2,5) | 11 | 6 | 17 | 38 | 27 | 21 | 8 | 8 | 21 |
| (3,4) | 10 | 15 | 25 | 26 | 16 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| (3,6) | 11 | 15 | 26 | 55 | 44 | 29 | 28 | 28 | 29 |
| (4,5) | 12 | 26 | 38 | 38 | 26 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (4,6) | 13 | 26 | 39 | 55 | 42 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| (5,6) | 17 | 38 | 55 | 55 | 38 | **0** | 0 | 0 | 0 |

Критический путь:



1. Линейный график (график Ганта)



1. Оптимизация заключается в нахождении таких , чтобы: срок выполнения всего комплекса работ не превышал заданной величины ; суммарное количество дополнительно вложенных средств было минимальным; продолжительность выполнения каждой работы была не меньше заданной величины .

Итого:

* Срок выполнения проекта не должен превышать .
* Продолжительность выполнения каждой работы должна быть не меньше минимально возможного времени.
* Должна соблюдаться зависимость продолжительности работ от вложенных средств.
* Время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующей ей работы.
* Должно выполняться условие неотрицательности неизвестных.

Средствами Excel получаем следующие результаты:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Работы |  |  |  |
| (1,2) | 0 | 0 | 6 |
| (1,3) | 10 | 0 | 13 |
| (1,4) | 10 | 0 | 23 |
| (2,4) | 0 | 6 | 13 |
| (2,5) | 0 | 6 | 17 |
| (3,4) | 0 | 13 | 23 |
| (3,6) | 0 | 13 | 24 |
| (4,5) | 0 | 23 | 35 |
| (4,6) | 0 | 23 | 36 |
| (5,6) | 4 | 35 | 50 |

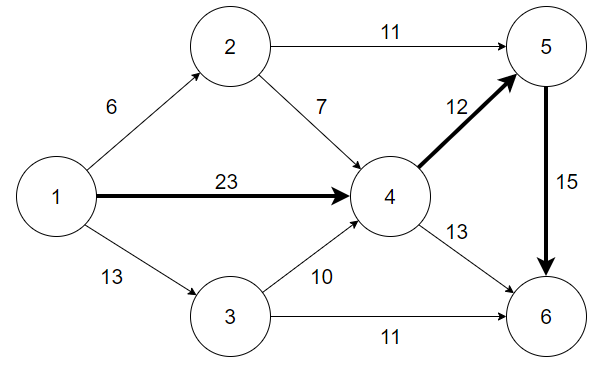
1. Строим таблицы для нахождения критического пути, ранних и поздних сроков. Для этого воспользуемся формулой:

– *новая продолжительность работ*

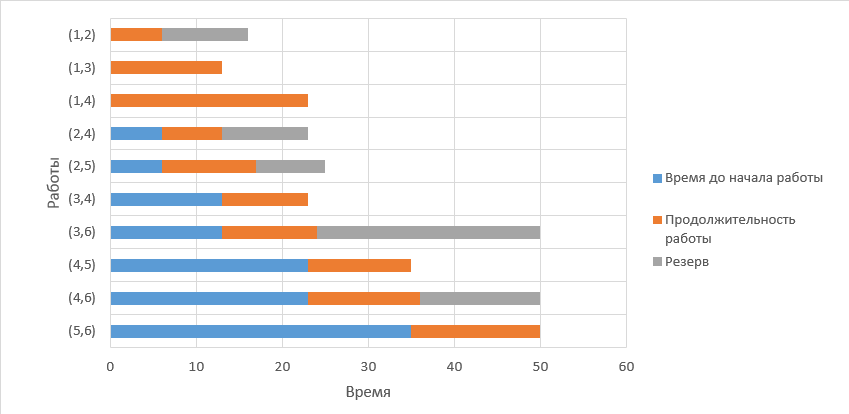
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| События |  |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 6 | 16 | 10 |
| 3 | 13 | 13 | 0 |
| 4 | 23 | 23 | 0 |
| 5 | 35 | 35 | 0 |
| 6 | 50 | 50 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Работы | Продолжи-тельность работы | Ранние начало | Ранние конец | Поздние начало | Поздние конец |  |  |  |  |
| (1,2) | 6 | 0 | 6 | 10 | 16 | 10 | 0 | 10 | 0 |
| (1,3) | 13 | 0 | 13 | 0 | 13 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (1,4) | 23 | 0 | 23 | 0 | 23 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (2,4) | 7 | 6 | 13 | 16 | 23 | 10 | 0 | 0 | 10 |
| (2,5) | 11 | 6 | 17 | 24 | 35 | 18 | 8 | 8 | 18 |
| (3,4) | 10 | 13 | 23 | 13 | 23 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (3,6) | 11 | 13 | 24 | 39 | 50 | 26 | 26 | 26 | 26 |
| (4,5) | 12 | 23 | 35 | 23 | 35 | **0** | 0 | 0 | 0 |
| (4,6) | 13 | 23 | 36 | 37 | 50 | 14 | 14 | 14 | 14 |
| (5,6) | 15 | 35 | 50 | 35 | 50 | **0** | 0 | 0 | 0 |

Критические пути:



1. Линейный график (график Ганта)



1. Анализ полученных результатов.

Чтобы выполнить работы проекта за директивное время , необходимо дополнительно вложить 24 денежных единиц.

При этом средства распределятся следующим образом: 10 денежных единиц в работу (1,3), 10 денежных единиц в работу (1,4) и 4 денежных единиц в работу (5,6), что приведет к сокращению продолжительности работы (1,3) на 2 дня, работы (1,4) – на 3 дня и работы (5,6) – на 2 дня.

Сокращение срока реализации проекта за счет вложения дополнительных средств составит 5 единиц времени.